

## PROPORTIONNALITE ET APPLICATIONS

### I. Proportionnalité :

#### 1) Définition :

##### Définition :

Un tableau traduit une **situation de proportionnalité** lorsqu'on passe d'une ligne à l'autre en multipliant (Ou en divisant) toujours par le même nombre.

Ce nombre est appelé **coefficient de proportionnalité**.

**Vocabulaire :** On dit alors que les deux grandeurs sont proportionnelles.

**Remarque :** Dans une situation de proportionnalité, la relation est déterminée par un couple de valeurs correspondantes **non nulles**.

#### 2) Propriétés :

##### Propriété :

Lorsque dans deux colonnes d'un tableau de proportionnalité on connaît trois nombres alors il est toujours possible de calculer le quatrième.

On dit que l'on calcule la **quatrième proportionnelle**.

##### Exemple :

Dans un hypermarché, le prix de 2 kg de cerises est de 10 €.

En supposant que le prix des cerises est proportionnel à la masse de cerises achetées, compléter le tableau de proportionnalité ci-dessous.

Masse de cerise (en kg)	2	6	8	3,2
Prix (en €)	10	...	...	...

**Rappel :** on peut utiliser **diverses méthodes** pour compléter un tableau de proportionnalité

#### ▪ La méthode multiplicative :

Masse de cerise (en kg)	2	6
Prix (en €)	10	30

Ainsi, pour 6 kg de cerises il faudra déboursier 30 €.

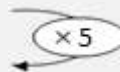
#### ▪ La méthode additive :

Masse de cerise (en kg)	2	6	8
Prix (en €)	10	30	40

Ainsi, pour 8 kg de cerises il faudra déboursier 40 €.

- Le coefficient de proportionnalité :

Masse de cerise (en kg)	2	3,2
Prix (en €)	10	16



Ainsi, pour 3,2 kg de cerises il faudra déboursier 16 €.

- La règle de trois :

## II. Applications :

### 1) Les pourcentages :

#### Définition :

Un **pourcentage** est un coefficient de proportionnalité de dénominateur 100.

Ainsi si  $p$  est un nombre donné, pour calculer  $p\%$  d'un nombre, on multiplie ce nombre par  $\frac{p}{100}$

#### Exemple :

Calculer 3% d'un prix signifie que ce prix est multiplié par  $\frac{3}{100}$

#### Exemple :

Dans un collège, 80 % des élèves sont demi-pensionnaires et, parmi ces demi-pensionnaires 35 % sont des filles. On sait, d'autre part, que le collège compte 450 élèves en tout.

- Quel est le nombre de demi-pensionnaires de ce collège ?
- Quel est le nombre de filles demi-pensionnaires ?
- On sait que parmi les élèves, 65 ont déclarés souffrir d'une allergie alimentaire particulière. Quel pourcentage du nombre total de demi-pensionnaires représentent-ils ?

#### Résolution :

- On cherche le nombre de demi-pensionnaires dans le collège (*Ils représentent 80 % des 450 élèves*)

$$450 \times 80\% = 450 \times \frac{80}{100} = 360$$

Dans ce collège, il y a donc 360 demi-pensionnaires.

- On cherche le nombre de filles demi-pensionnaires dans ce collège (*Elles représentent 35% des demi-pensionnaires*)

$$360 \times 35\% = 360 \times \frac{35}{100} = 126$$

Ainsi, il y a 126 filles demi-pensionnaires dans ce collège.

- On cherche le pourcentage des demi-pensionnaires allergiques :

Nombre d'élèves allergiques	65	$x$
Nombre total de demi-pensionnaires	360	100

L'égalité des produits en croix donne :  $65 \times 100 = 360 \times x$

$$\text{Donc } x = \frac{65 \times 100}{360} = \frac{6\,500}{360} \approx 18$$

**Bilan :** Le pourcentage de demi-pensionnaires allergiques est d'environ 18 %.

## 2) Les échelles :

### Définition :

Sur un plan à l'échelle, les longueurs du plan sont proportionnelles aux longueurs réelles. L'échelle du plan est le quotient d'une longueur sur le plan par la longueur réelle correspondante.

### Remarque :

- Les longueurs doivent absolument être exprimées dans la **même unité**.
- Lorsque l'échelle est inférieure à 1, on parle d'**échelle de réduction** et lorsqu'elle est supérieure à 1, on parle d'**échelle d'agrandissement**.

### Exemple :

Voici une carte à l'échelle de la France :



**Question :** Déterminer la distance à vol d'oiseau entre Paris et Londres ; puis entre Paris et Bruxelles.